Содержание:

1. Задачи на движение \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_1
2. Задачи на движение по окружности\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_9
3. Задачи на смеси, сплавы\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_14
4. Задачи на работу\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_18
5. Задачи на проценты\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_22
6. Задачи на прогрессии\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_26

Источник: https://ege-study.ru/materialy-ege/geometricheskaya-progressiya-v-zadachax-ege-po-matematike/

Задачи на движение:

1. Все эти задачи решаются по одной-единственной формуле: S=v \cdot t, то есть расстояние = скорость \cdot время. Из этой формулы можно выразить скорость v=S/t или время t=s/v.
2. В качестве переменной x удобнее всего выбирать скорость. Тогда задача точно решится!

Для начала очень внимательно читаем условие. В нем все уже есть. Помним, что текстовые задачи на самом деле очень просты.

1. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 4 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Что здесь лучше всего обозначить за x? Скорость велосипедиста. Тем более, что ее и надо найти в этой задаче. Автомобилист проезжает на 40 километров больше, значит, его скорость равна x+40.

Нарисуем таблицу. В нее сразу можно внести расстояние — и велосипедист, и автомобилист проехали по 50 км. Можно внести скорость — она равна x и x+40 для велосипедиста и автомобилиста соответственно. Осталось заполнить графу «время».

Его мы найдем по формуле: t=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle S}{\displaystyle v}. Для велосипедиста получим t_1=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 50}{\displaystyle x}, для автомобилиста t_2=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 50}{\displaystyle x + 40}.  
Эти данные тоже запишем в таблицу.

Вот что получится:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| велосипедист | x | t_1=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 50}{\displaystyle x} | 50 |
| автомобилист | x+40 | t_2=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 50}{\displaystyle x + 40} | 50 |

Остается записать, что велосипедист прибыл в конечный пункт на 4 часа позже автомобилиста. Позже — значит, времени он затратил больше. Это значит, что t_1 на четыре больше, чем t_2, то есть t_2 + 4 = t_1

Решаем уравнение.

Приведем дроби в левой части к одному знаменателю.

Первую дробь домножим на x+4, вторую — на x.

*Если вы не знаете, как приводить дроби к общему знаменателю (или — как раскрывать скобки, как решать уравнение...), подойдите с этим конкретным вопросом к вашему учителю математики и попросите объяснить. Бесполезно говорить учительнице: «Я не понимаю математику» — это слишком абстрактно и не располагает к ответу. Учительница может ответить, например, что она вам сочувствует. Или, наоборот, даст какую-либо характеристику вашей личности. И то и другое неконструктивно.*

А вот если вы зададите конкретный вопрос: «Как приводить дроби к одному знаменателю» или «Как раскрывать скобки» — вы получите нужный вам конкретный ответ. Вам ведь необходимо в этом разобраться! Если педагог занят, договоритесь о времени, когда вы можете с ним (или с ней) встретиться, чтобы получить консультацию. Используйте ресурсы, которые у вас под рукой!

Получим:

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 50\left( x+40 \right)-50x}{\displaystyle x\left( x + 40 \right)}=4

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 50x+2000 -50x}{\displaystyle x\left( x + 40 \right)}=4

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2000}{\displaystyle x\left( x + 40 \right)}=4

Разделим обе части нашего уравнения на 4. В результате уравнение станет проще. Но почему-то многие учащиеся забывают это делать, и в результате получают сложные уравнения и шестизначные числа в качестве дискриминанта.

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 500}{\displaystyle x\left( x + 40 \right)}=1

Умножим обе части уравнения на x\left( x + 40 \right). Получим:

x\left( x + 40 \right)=500

Раскроем скобки и перенесем всё в левую часть уравнения:

x^2+40x=500

x^2+40x-500=0

Мы получили квадратное уравнение. Напомним, что квадратным называется уравнение вида ax^2+bx+c=0. Решается оно стандартно — сначала находим дискриминант по формуле D=b^2-4ac, затем корни по формуле x_{1,2} = \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle -b \pm \sqrt{D}}{\displaystyle 2a}.

В нашем уравнении a=1, b=40, c=-500.

Найдем дискриминант D=1600+2000=3600 и корни:

x_1=10, x_2=-50.

Ясно, что x_2 не подходит по смыслу задачи — скорость велосипедиста не должна быть отрицательной.

Ответ: 10.

Следующая задача — тоже про велосипедиста.

2. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города A в город B, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость велосипедиста на пути из A в B. Ответ дайте в км/ч.

Пусть скорость велосипедиста на пути из A в B равна x. Тогда его скорость на обратном пути равна x+3. Расстояние в обеих строчках таблицы пишем одинаковое — 70 километров. Осталось записать время. Поскольку t=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle S}{\displaystyle v}, на путь из A в B велосипедист затратит время t_1=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 70}{\displaystyle x}, а на обратный путь время t_2=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 70}{\displaystyle x + 3}.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| туда | x | t_1=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 70}{\displaystyle x} | 70 |
| обратно | x+3 | t_2=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 70}{\displaystyle x + 3} | 70 |

На обратном пути велосипедист сделал остановку на 3 часа и в результате затратил столько же времени, сколько на пути из A в B. Это значит, что на обратном пути он крутил педали на 3 часа меньше.

Значит, t_2 на три меньше, чем t_1. Получается уравнение:

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 70}{\displaystyle x + 3}+3=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 70}{\displaystyle x}

Как и в предыдущей задаче, сгруппируем слагаемые:

Точно так же приводим дроби к одному знаменателю:

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 70\left( x+3 \right) - 70x}{\displaystyle x\left( x+3 \right)}=3

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 210}{\displaystyle x\left( x+3 \right)}=3

Разделим обе части уравнения на 3.

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle70}{\displaystyle x\left( x+3 \right)}=1

Умножим обе части уравнения на x\left( x+3 \right), раскроем скобки и соберем все в левой части.

x^2+3x-70=0

Находим дискриминант. Он равен 9+4\cdot 70=289.

Найдем корни уравнения:

x_1=7. Это вполне правдоподобная скорость велосипедиста. А ответ x_2 = -10 не подходит, так как скорость велосипедиста должна быть положительна.

Ответ: 7.

Следующий тип задач — когда что-нибудь плавает по речке, в которой есть течение. Например, теплоход, катер или моторная лодка. Обычно в условии говорится о собственной скорости плавучей посудины и скорости течения. Собственной скоростью называется скорость в неподвижной воде.

При движении по течению эти скорости складываются. Течение помогает, по течению плыть — быстрее.

Скорость при движении по течению равна сумме собственной скорости судна и скорости течения.

А если двигаться против течения? Течение будет мешать, относить назад. Теперь скорость течения будет вычитаться из собственной скорости судна.

3. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна x.

Тогда скорость движения моторки по течению равна x+1, а скорость, с которой она движется против течения x-1.

Расстояние и в ту, и в другую сторону одинаково и равно 255 км.

Занесем скорость и расстояние в таблицу.

Заполняем графу «время». Мы уже знаем, как это делать. При движении по течению t_1=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 255}{\displaystyle x+1}, при движении против течения t_2=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 255}{\displaystyle x-1}, причем t_2 на два часа больше, чем t_1.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| по течению | x+1 | t_1=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 255}{\displaystyle x+1} | 255 |
| против течения | x-1 | t_2=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 255}{\displaystyle x-1} | 255 |

Условие «t_2 на два часа больше, чем t_1» можно записать в виде:

t_1+2=t_2

Составляем уравнение:

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 255}{\displaystyle x+1}+2=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 255}{\displaystyle x-1}

и решаем его.

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 255}{\displaystyle x-1}-\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 255}{\displaystyle x+1}=2

Приводим дроби в левой части к одному знаменателю

Раскрываем скобки

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 510}{\displaystyle x^2-1}=2

Делим обе части на 2, чтобы упростить уравнение

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 255}{\displaystyle x^2-1}=1

Умножаем обе части уравнения на x^2-1

x^2-1=255

x^2=256

Вообще-то это уравнение имеет два корня: x_1=16 и x_2=-16 (оба этих числа при возведении в квадрат дают 256). Но конечно же, отрицательный ответ не подходит — скорость лодки должна быть положительной.

Ответ: 16.

4. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Снова обозначим за x скорость течения. Тогда скорость движения теплохода по течению равна 15+x, скорость его движения против течения равна 15-x. Расстояния — и туда, и обратно — равны 200 км.

Теперь графа «время».

Поскольку t=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle S}{\displaystyle v}, время t_1 движения теплохода по течению равно \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 200}{\displaystyle 15+x}, которое теплоход затратил на движение против течения, равно \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 200}{\displaystyle 15-x}.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| по течению | x+15 | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 200}{\displaystyle 15+x} | 200 |
| против течения | 15-x | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 200}{\displaystyle 15-x} | 200 |

В пункт отправления теплоход вернулся через 40 часов после отплытия из него. Стоянка длилась 10 часов, следовательно, 30 часов теплоход плыл — сначала по течению, затем против.

Значит, t_1+t_2=30

Прежде всего разделим обе части уравнения на 10. Оно станет проще!

Мы не будем подробно останавливаться на технике решения уравнения. Всё уже понятно — приводим дроби в левой части к одному знаменателю, умножаем обе части уравнения на 255-x^2, получаем квадратное уравнение x^2=25. Поскольку скорость течения положительна, получаем: x=5.

Ответ: 5.

Наверное, вы уже заметили, насколько похожи все эти задачи. Текстовые задачи хороши еще и тем, что ответ легко проверить с точки зрения здравого смысла. Ясно, что если вы получили скорость течения, равную 300 километров в час — задача решена неверно.

5. Баржа в 10:00 вышла из пункта A в пункт B, расположенный в 15 км от A. Пробыв в пункте B — 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт A в 16:00. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

Пусть скорость течения равна x. Тогда по течению баржа плывет со скоростью 7+x, а против течения со скоростью 7-x.

Сколько времени баржа плыла? Ясно, что надо из 16 вычесть 10, а затем вычесть время стоянки. Обратите внимание, что 1 час 20 минут придется перевести в часы: 1 час 20 минут =1\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 3} часа. Получаем, что суммарное время движения баржи (по течению и против) равно 4\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3} часа.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| по течению | x+7 | t_1 | 15 |
| против течения | 7-x | t_2 | 15 |

t_1+t_2=4\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3}

Возникает вопрос — какой из пунктов, A или B, расположен выше по течению? А этого мы никогда не узнаем! :-) Да и какая разница — ведь в уравнение входит сумма t_1+t_2, равная \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 15}{\displaystyle 7+x}+\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 15}{\displaystyle 7-x}.

Итак,

Решим это уравнение. Число 4\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3} в правой части представим в виде неправильной дроби: 4\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3}=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 14}{\displaystyle 3}.

Приведем дроби в левой части к общему знаменателю, раскроем скобки и упростим уравнение. Получим:

30 \cdot 7=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 14}{\displaystyle 3} \cdot \left( 49-x^2 \right)

Работать с дробными коэффициентами неудобно! Если мы разделим обе части уравнения на 14 и умножим на 3, оно станет значительно проще:

45=49-x^2

x^2=4

Поскольку скорость течения положительна, x=2.

Ответ: 2.

Секрет задач на движение по окружности: тот, кто обгоняет, проезжает на 1 круг больше, если это первый обгон. И на n кругов больше, если обогнал другого в n-ный раз.

1. *Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 8 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 114 км/ч, и через 20 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.*

Автомобили стартовали одновременно, и первый автомобиль через 20 минут после старта опережал второй автомобиль на один круг. Значит, за эти 20 минут, то есть за \frac{1}{3} часа он проехал на 1 круг больше – то есть на 8 км больше.

За час первый автомобиль проедет на 8\cdot3=24 км больше второго. Скорость второго автомобиля на 24 км/ч меньше, чем у первого, и равна 114 - 24 = 90 км/ч.

Ответ: 90.

2. *Из пункта A круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.*

Во-первых, переведем минуты в часы, поскольку скорость надо найти в км/ч. Скорости участников обозначим за x и y. В первый раз мотоциклист обогнал велосипедиста через 10 минут, то есть через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 6} часа после старта. До этого момента велосипедист был в пути 40 минут, то есть \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3} часа.

Запишем эти данные в таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | y | S |
| велосипедист | x | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3} | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3}x |
| мотоциклист | y | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 6} | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 6}y |

Оба проехали одинаковые расстояния, то есть \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 6}y=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3}x.

Затем мотоциклист второй раз обогнал велосипедиста. Произошло это через 30 минут, то есть через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2} часа после первого обгона.

Нарисуем вторую таблицу.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| велосипедист | x | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2} | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2}x |
| мотоциклист | y | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2} | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2}y |

А какие же расстояния они проехали? Мотоциклист обогнал велосипедиста. Значит, он проехал на один круг больше. Это и есть секрет данной задачи. Один круг — это длина трассы, она равна 30 км. Получим второе уравнение:

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2}y-\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2}x=30

Решим получившуюся систему.

\left\{\begin{matrix}y=4x\\ y-x=60\end{matrix}\right.

Получим, что x=20, y=80. В ответ запишем скорость мотоциклиста.

Ответ: 80.

3. *Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?*

Это, пожалуй, самая сложная задача из вариантов ЕГЭ. Конечно, есть простое решение — взять часы со стрелками и убедиться, что в четвертый раз стрелки поравняются через 4 часа, ровно в 12.00.  
А как быть, если у вас электронные часы и вы не можете решить задачу экспериментально?

За один час минутная стрелка проходит один круг, а часовая \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 12} часть круга. Пусть их скорости равны 1 (круг в час) и \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 12} (круга в час). Старт — в 8.00. Найдем время, за которое минутная стрелка в первый раз догонит часовую.

Минутная стрелка пройдет на \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3} круга больше, поэтому уравнение будет таким:

Решив его, получим, что \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 8}{\displaystyle 11} часа. Итак, в первый раз стрелки поравняются через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 8}{\displaystyle 11} часа. Пусть во второй раз они поравняются через время z. Минутная стрелка пройдет расстояние 1 \cdot z, а часовая \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 12}z, причем минутная стрелка пройдет на один круг больше. Запишем уравнение:

1 \cdot z-\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 12}z=1

Решив его, получим, что z=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 12}{\displaystyle 11} часа. Итак, через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 12}{\displaystyle 11} часа стрелки поравняются во второй раз, еще через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 12}{\displaystyle 11} часа — в третий, и еще через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 12}{\displaystyle 11} часа — в четвертый.

Значит, если старт был в 8.00, то в четвертый раз стрелки поравняются через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 8}{\displaystyle 11}+3\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 12}{\displaystyle 11} часа.

Ответ полностью согласуется с «экспериментальным» решением! :-)

На экзамене по математике вам может также встретиться задача о нахождении средней скорости. Запомним, что средняя скорость не равна среднему арифметическому скоростей. Она находится по специальной формуле:

v_{cp}=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle S_o}{\displaystyle t_o},

где v_{cp} — средняя скорость, S_o- общий путь, t_o — общее время.

Если участков пути было два, то

v_{cp}=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle S_1 + S_2}{\displaystyle t_1+t_2}

А сейчас покажем вам один из секретов решения текстовых задач. Что делать, если у вас получился в уравнении пятизначный дискриминант? Да, это реальная ситуация! Это может встретиться в варианте ЕГЭ.

*4. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут? Ответ дайте в км/ч.*

Первый гонщик через 15 минут после старта обогнал второго на 1 круг. Значит, за 15 минут он проехал на 1 круг, то есть на 3 километра больше. За час он проедет на 3\cdot4 = 12 километров больше. Его скорость на 12 км/ч больше, чем скорость второго.

Как всегда, составляем таблицу и уравнение. 10 минут переведем в часы. Это \frac{1}{4} часа.

\frac{180}{x}-\frac{180}{x+12}=\frac{1}{6};

Честно преобразовав это уравнение к квадратному, получим:

x^2 + 12 x - 12960 = 0.

Пятизначный дискриминант, вот повезло! Но есть и другой способ решения, и он намного проще.  
Посмотрим еще раз на наше уравнение:

\frac{180}{x}-\frac{180}{x+12}=\frac{1}{6}

Заметим, что 180 делится на 12. Сделаем замену: x=12z.

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2019/08/gif-14-2.gif)

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2019/08/gif-15-2.gif)

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2019/08/gif-16-3.gif)

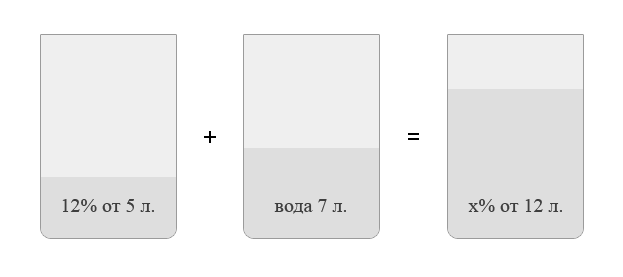
Это уравнение легко привести к квадратному и решить.  
Целый положительный корень этого уравнения: z=9. Тогда x=12z=108.

Ответ: 108

Задачи на сплавы, смеси, растворы встречаются и в математике, и в химии. У химиков сложнее – там вещества еще и взаимодействуют, превращаясь во что-то новое. А в задачах по математике мы просто смешиваем растворы различной концентрации. Покажем правила решения на примере задач на растворы. Для сплавов и смесей – действуем аналогично.

1. В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

В решении подобных задач помогает картинка. Изобразим сосуд с раствором схематично — так, как будто вещество и вода в нем не перемешаны между собой, а отделены друг от друга, как в коктейле. И подпишем, сколько литров содержат сосуды и сколько в них процентов вещества. Концентрацию получившегося раствора обозначим x.

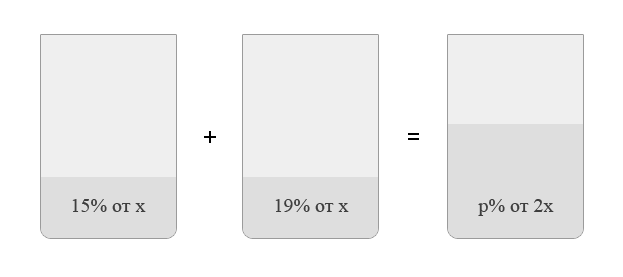


Первый сосуд содержал 0,12 \cdot 5=0,6 литра вещества. Во втором сосуде была только вода. Значит, в третьем сосуде столько же литров вещества, сколько и в первом:

0,12 \cdot 5=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle x}{\displaystyle 100} \cdot 12  
x=5.

2. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Пусть масса первого раствора равна x. Масса второго — тоже x. В результате получили раствор массой 2x. Рисуем картинку.



Получаем: 0,15x+0,19x=0,34x=0,17\cdot 2x

Ответ: 17.

3. Виноград содержит 90\% влаги, а изюм — 5\%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?

Внимание! Если вам встретилась задача «о продуктах», то есть такая, где из винограда получается изюм, из абрикосов урюк, из хлеба сухари или из молока творог — знайте, что на самом деле это задача на растворы. Виноград мы тоже можем условно изобразить как раствор. В нем есть вода и «сухое вещество». У «сухого вещества» сложный химический состав, а по его вкусу, цвету и запаху мы могли бы понять, что это именно виноград, а не картошка. Изюм получается, когда из винограда испаряется вода. При этом количество «сухого вещества» остается постоянным. В винограде содержалось 90\% воды, значит, «сухого вещества» было 10\%. В изюме 5\% воды и 95\% «сухого вещества». Пусть из x кг винограда получилось 20 кг изюма. Тогда

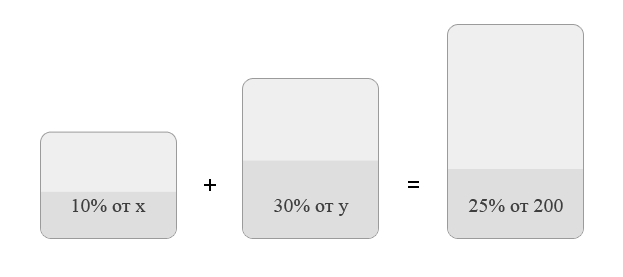
10\% от x=95\% от 20

Составим уравнение:  
0,1x=0,95\cdot20  
и найдем x.

Ответ: 190.

4. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10\% никеля, второй — 30\% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25\% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Пусть масса первого сплава равна x, а масса второго равна y. В результате получили сплав массой x+y=200.



Запишем простую систему уравнений:

\left\{\begin{matrix}x+y=200\\ 0,1x+0,3y=0,25 \cdot200\end{matrix}\right.

Первое уравнение — масса получившегося сплава, второе — масса никеля.

Решая, получим, что x=50, y=150.

Ответ: 100.

5. Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

Пусть масса первого раствора x, масса второго равна y. Масса получившегося раствора равна x+y+10. Запишем два уравнения, для количества кислоты.

Решаем получившуюся систему. Сразу умножим обе части уравнений на 100, поскольку с целыми коэффициентами удобнее работать, чем с дробными. Раскроем скобки.

\left\{\begin{matrix}30x + 60y = 36x + 36y + 360\\ 30x + 60y + 500 = 41x + 41y + 410\end{matrix}\right.

\left\{\begin{matrix}4y - x = 60\\ 11x - 19y = 90\end{matrix}\right.

x=60, y=30

Ответ: 60.

Еще один тип текстовых задач в вариантах ЕГЭ по математике — это задачи на работу.

Задачи на работу также решаются с помощью одной-единственной формулы: A=p \cdot t. Здесь A — работа, t — время, а величина p, которая по смыслу является скоростью работы, носит специальное название — производительность. Она показывает, сколько работы сделано в единицу времени. Например, продавец в супермаркете надувает воздушные шарики. Количество шариков, которые он надует за час — это и есть его производительность.

Правила решения задач на работу очень просты.

1. A=p \cdot t, то есть работа = производительность \cdot время. Из этой формулы легко найти t или p.
2. Если объем работы не важен в задаче и нет никаких данных, позволяющих его найти — работа принимается за единицу. Построен дом (один). Написана книга (одна). А вот если речь идет о количестве кирпичей, страниц или построенных домов — работа как раз и равна этому количеству.
3. Если трудятся двое рабочих (два экскаватора, два завода...) — их производительности складываются. Очень логичное правило.
4. В качестве переменной x удобно взять именно производительность.

Покажем, как все это применяется на практике.

1. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

Так же, как и в задачах на движение, заполним таблицу.

В колонке «работа» и для первого, и для второго рабочего запишем: 110. В задаче спрашивается, сколько деталей в час делает второй рабочий, то есть какова его производительность. Примем ее за x. Тогда производительность первого рабочего равна x+1 (он делает на одну деталь в час больше). t=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle A}{\displaystyle p}, время работы первого рабочего равно t_1=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 110}{\displaystyle x+1}, время работы второго равно t_2=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 110}{\displaystyle x}.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | p | t | A |
| первый рабочий | x+1 | t_1=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 110}{\displaystyle x+1} | 110 |
| второй рабочий | x | t_2=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 110}{\displaystyle x} | 110 |

Первый рабочий выполнил заказ на час быстрее. Следовательно, t_1 на 1 меньше, чем t_2, то есть

t_1=t_2-1

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 110}{\displaystyle x+1}=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 110}{\displaystyle x}-1

Мы уже решали такие уравнения. Оно легко сводится к квадратному:

x^2+x-110=0

Дискриминант равен 441. Корни уравнения: x_1=10, x_2=-11. Очевидно, производительность рабочего не может быть отрицательной — ведь он производит детали, а не уничтожает их :-) Значит, отрицательный корень не подходит.

Ответ: 10.

2. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

В этой задаче (в отличие от предыдущей) ничего не сказано о том, какая это работа, чему равен ее объем. Значит, работу можем принять за единицу.

А что же обозначить за переменные? Мы уже говорили, что за переменную x удобно обозначить производительность. Пусть x — производительность первого рабочего. Но тогда производительность второго нам тоже понадобится, и ее мы обозначим за y.

По условию, первый рабочий за два дня делает такую же часть работы, какую второй — за три дня. Значит, 2x=3y. Отсюда y=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3}x.

Работая вместе, эти двое сделали всю работу за 12 дней. При совместной работе производительности складываются, значит,

\left( x+y \right) \cdot 12 = 1

\left( x+\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3}x \right) \cdot 12 = 1

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 5}{\displaystyle 3}x \cdot 12 = 1

20x=1

x=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 20}.

Итак, первый рабочий за день выполняет \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 20} всей работы. Значит, на всю работу ему понадобится 20 дней.

Ответ: 20.

3. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

Всевозможные задачи про две трубы, которые наполняют какой-либо резервуар для воды — это тоже задачи на работу. В них также фигурируют известные вам величины — производительность, время и работа.

Примем производительность первой трубы за x. Именно эту величину и требуется найти в задаче. Тогда производительность второй трубы равна x+1, поскольку она пропускает на один литр в минуту больше, чем первая. Заполним таблицу

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | p | t | A |
| первая труба | x | t_1=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 110}{\displaystyle x} | 110 |
| вторая труба | x+1 | t_2=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 99}{\displaystyle x+1} | 99 |

Первая труба заполняет резервуар на две минуты дольше, чем вторая. Значит, t_1-t_2=2. Составим уравнение:

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 110}{\displaystyle x}-\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 99}{\displaystyle x+1}=2 и решим его.

Ответ: 10.

4. Андрей и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Андрей — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Мы уже решали [задачи на движение](https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/zadanie-11-ege-zadachi-na-dvijenie/). Правила те же. Отличие лишь в том, что здесь работают трое, и переменных будет тоже три. Пусть x — производительность Андрея, y — производительность Паши, а z — производительность Володи. Забор, то есть величину работы, примем за 1 — ведь мы ничего не можем сказать о его размере.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | производительность | работа |
| Андрей | x | 1 |
| Паша | y | 1 |
| Володя | z | 1 |
| Вместе | x+y+z | 1 |

Андрей и Паша покрасили забор за 9 часов. Мы помним, что при совместной работе производительности складываются. Запишем уравнение:  
\left( x+y \right) \cdot 9=1  
Аналогично,  
\left( y+z \right) \cdot 12=1  
\left( x+z \right) \cdot 18=1  
Тогда  
x+y=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 9}  
y+z=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 12}  
x+z=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 18}.  
Можно искать x, y и z по отдельности, но лучше просто сложить все три уравнения. Получим, что  
  
Значит, работая втроем, Андрей, Паша и Володя красят за час одну восьмую часть забора. Весь забор они покрасят за 8 часов.  
Ответ: 8.

Полезные формулы:

если величину x увеличить на p процентов, получим x\cdot \left( 1+ \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle p}{\displaystyle 100} \right).  
если величину x уменьшить на p процентов, получим x\cdot \left( 1- \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle p}{\displaystyle 100} \right).

если величину x увеличить на p процентов, а затем уменьшить на q\%, получим



если величину x дважды увеличить на p процентов, получим x\cdot \left( 1+ \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle p}{\displaystyle 100} \right)^2  
если величину x дважды уменьшить на p процентов, получим x\cdot \left( 1- \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle p}{\displaystyle 100} \right)^2

Воспользуемся ими для решения задач.

1. В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8\%, а в 2010 году — на 9\% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

По условию, в 2009 году число жителей выросло на 8\%, то есть стало равно 4000 \cdot 1,08=43200 человек.

А в 2010 году число жителей выросло на 9\%, теперь уже по сравнению с 2009 годом. Получаем, что в 2010 году в квартале стало проживать 40000 \cdot 1,08 \cdot 1,09 = 47088 жителей.

Следующая задача предлагалась на пробном ЕГЭ по математике в декабре 2010 года. Она проста, но справились с ней немногие.

2. В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4\% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

На первый взгляд кажется, что в условии ошибка и цена акций вообще не должна измениться. Ведь они подорожали и подешевели на одно и то же число процентов! Но не будем спешить. Пусть при открытии торгов в понедельник акции стоили x рублей. К вечеру понедельника они подорожали на p\% и стали стоить x\cdot \left(1+ \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle p}{\displaystyle 100} \right) . Теперь уже эта величина принимается за 100\%, и к вечеру вторника акции подешевели на p\% по сравнению этой величиной. Соберем данные в таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | в понедельник утром | в понедельник вечером | во вторник вечером |
| Стоимость акций | x | x\cdot \left(1+ \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle p}{\displaystyle 100} \right) |  |

По условию, акции в итоге подешевели на 4\%.

Получаем, что

Поделим обе части уравнения на x (ведь он не равен нулю) и применим в левой части формулу сокращенного умножения.

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle p^2}{\displaystyle 100^2}=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 4}{\displaystyle 100}

По смыслу задачи, величина p положительна.  
Получаем, что p=20.

3. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 2000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей.

Эта задача тоже решается по одной из формул, приведенных в начале статьи. Холодильник стоил 20000 рублей. Его цена два раза уменьшилась на p\%, и теперь она равна

20000\cdot \left(1- \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle p}{\displaystyle 100} \right) ^2=15842

1- \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle p}{\displaystyle 100}=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 89}{\displaystyle 100}

p=11.

4. Четыре рубашки дешевле куртки на 8\%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

Пусть стоимость рубашки равна x, стоимость куртки y. Как всегда, принимаем за сто процентов ту величину, с которой сравниваем, то есть цену куртки. Тогда стоимость четырех рубашек составляет 92\% от цены куртки, то есть 4x=0,92y.

Стоимость одной рубашки — в 4 раза меньше:

x=0,23y,

а стоимость пяти рубашек:

5x=1,15y=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 115}{\displaystyle 100}y=115\%y

Получили, что пять рубашек на 15\% дороже куртки.

Ответ: 15.

5. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67\%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4\%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Нарисуем таблицу. Ситуации, о которых говорится в задаче («если бы зарплата мужа увеличилась, если бы стипендия дочки уменьшилась...») назовем «ситуация A» и «ситуация B».

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | муж | жена | дочь | Общий доход |
| В реальности | x | y | z | x+y+z |
| Ситуация A | 2x | y | z | 1,67 \left( x+y+z \right) |
| Ситуация B | x | y | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 3}z | 0,96 \left( x+y+z \right) |

Осталось записать систему уравнений.

Но что же мы видим? Два уравнения и три неизвестных! Мы не сможем найти x, y и z по отдельности. Правда, нам это и не нужно. Лучше возьмем первое уравнение и из обеих его частей вычтем сумму x+y+z. Получим:

x=0,96\left( x+y+z \right)  
Это значит, что зарплата мужа составляет 67\% от общего дохода семьи.

Во втором уравнении мы тоже вычтем из обеих частей выражение x+y+z, упростим и получим, что

x=0,06\left( x+y+z \right)  
Значит, стипендия дочки составляет 6\% от общего дохода семьи. Тогда зарплата жены составляет 27\% общего дохода.

Ответ: 27.

**Арифметическая прогрессия** — это последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и некоторого фиксированного числа d:

a_{n+1}=a_n+d,(n=1,2,...).

Фиксированное число d называется разностью арифметической прогрессии.

Формула n-го члена арифметической прогрессии: a_{n}=a_1+(n-1)d.

Сумма первых nчленов арифметической прогрессии S_n=a_1+a_2+...+a_n вычисляется по формуле: S_n=\frac{(a_1+a_n)}{2} \cdot n=\frac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, есть среднее  арифметическое соседних: a_n=\frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2}

*1. Максим решил накопить на айфон последней модели и 1 марта положил в копилку 10 рублей. С этого дня Максим ежедневно опускает в копилку на 10 рублей больше, чем в предыдущий день. Сколько рублей будет в копилке 31 мая, после того как Максим, как обычно, положит туда деньги?*

По условию, 1 марта в копилке у Максима 10 рублей.

2 марта Максим опускает в копилку на 10 рублей больше, чем в предыдущий день, то есть 20 рублей.

3 марта он добавляет еще 30 рублей,

4 марта 40 рублей,

5 марта 50 рублей.

Мы имеем дело с **арифметической прогрессией.**

В нашей прогрессии a_1=10, d=10. В марте 31 день, в апреле 30, в мае 31 день. Значит, n=31+30+31=92.

31 мая Максим положит в копилку a_{92}=a_1+(92-1)d=10+910=920 рублей.

Всего в копилке в этот день будет S_{92}=\frac{(a_1+a_n)}{2}\cdot 92=\frac{(10+920)}{2}\cdot 92=42780 рублей.

Видите, как удобно пользоваться формулами для вычисления n-ного члена и суммы арифметической прогрессии. Намного проще, чем складывать 92 слагаемых.

*2. Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.*

Пусть улитка проползла в первый день a_1 метров, в последний – a_n метров, причем  a_1+a_n=10. Тогда за n дней она преодолела S_n=\frac{(a_1+a_n)n}{2}=150  метров. Отсюда n=30

Ответ: 30

*3. Васе надо решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней*

Это обычная задача на арифметическую прогрессию. В первый день Вася решил a_1=5 задач, в последний a_{14} задач. Запишем формулу для суммы арифметической прогрессии: S_{14}=\frac{(a_1+a_{14})14}{2}=434. Отсюда a_{14}=57

*4. Бригада маляров красит забор длиной 150 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 75 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.*

В первый день бригада покрасила a_1 метров забора, во второй a_2 метров, в последний a_n  метров.

По формуле суммы арифметической прогрессии: S_{n}=\frac{(a_1+a_{n})n}{2}=150.  По условию,  a_1+a_n=75. Отсюда n = 4.

**Геометрическая прогрессия**— это последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен произведению предыдущего члена и некоторого фиксированного числа q:

b_{n+1 }= b_{n}q \: \: \, \, (n = 1,2, ...).

Фиксированное число *q*называется знаменателем геометрической прогрессии.

Формула n-го члена геометрической прогрессии: b_n=b_1q^{n-1}

Формула суммы  S_n=b_1+b_2+...+b_n  первых членов геометрической прогрессии вычисляется по формуле:

S_n=b_1\frac{q^n-1}{q-1}

Квадрат каждого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, равен произведению соседних:

b_n^2= b_{n-1}\cdot b_{n+1}

*1. На поверхности озера растут водоросли. За сутки каждая водоросль делится пополам, и вместо одной водоросли появляются две. Ещё через сутки каждая из получившихся водорослей делится пополам и так далее. Через 30 суток озеро полностью покрылось водорослями. Через какое время озеро было заполнено наполовину?*

Ответ парадоксальный: через 29 суток.

Эту задачу лучше всего решать «с конца». Вот перед вами заполненное водорослями озеро. Что было сутки назад? Очевидно, водорослей было в два раза меньше, то есть озеро было покрыто ими наполовину.

Каждый день водорослей в озере становилось в два раза больше, то есть их число увеличивалось **в геометрической прогрессии**.

*2. ЕГЭ) Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?*

Невелика была прибыль Бубликова в 2000 году. Зато каждый год прибыль увеличивалась на 300%, то есть в 4 раза по сравнению с предыдущим годом. Геометрическая прогрессия! Ищем ее четвертый член:

5000\cdot 4^3 = 320 000

*3. (Задача ЕГЭ) Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 3000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 100% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 6000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 200% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?*

Определим основные понятия задачи.

**Капитал компании** – совокупность всех средств, имеющихся у компании.

**Прибыль** – разница между доходом и расходом (затратами).

Если в 2002 году прибыль компании «Альфа» составляет 100% от капитала прошлого года, значит, за год капитал компании «Альфа» удвоился. Аналогично, капитал компании «Альфа» удваивается в 2003, 2004, 2005 и 2006 годах, то есть в 2006 году он составил 3000 \cdot 2^5 = 96 000  тысяч долларов.

Капитал компании «Бета» ежегодно увеличивается в 3 раза. В 2006 году он увеличился в 3^3=27  раз по сравнению с 2003 годом и составил  6000 \cdot 27 = 162000  долларов.

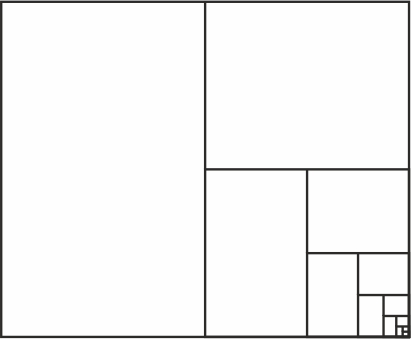
Это на 66 тысяч долларов больше, чем капитал компании «Альфа».

**Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия**

Геометрическая прогрессия, знаменатель которой |q| <1, называется бесконечно убывающей.

1;{{1}\over {2}};{{1}\over {4}};{{1}\over {8}};{{1}\over {16}}\dots  пример бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Чему же равна ее сумма?

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2019/07/04.jpg)

Нарисуем прямоугольник с площадью 1. Добавим к нему участки с площадью \frac{1}{2};\, \frac{1}{4};\, \frac{1}{8}...

К чему стремится площадь полученной фигуры при бесконечном увеличении n, то есть при добавлении все более мелких участков? Очевидно, к двум.

**Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии – число, которое находится по формуле:**

S=\frac{b_1}{1-q}